封　密　不　订　装　只　卷　此

座位号　考场号　准考证号　姓名 ________

绝密 ★ 启用前

辅初第一卷 · 铜陵一中 2025 级高一入学信心卷

数学学科

本试卷共 6 页，19 题．全卷满分 150 分．考试时间 120 分钟．

出卷方：辅初考试院

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置．

2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效．

3. 填空题和解答题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内．写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效．

4. 考试结束后，请将本试卷，答题卡以及草稿纸一并上交．

5. 考试严禁作弊，包括但不限于传抄答案，使用电子设备等，一经发现立即满分处理．

6. 本卷的考察范围：必修一前三章、其他基础初等数学内容

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知集合 $A=\{x|2<x<5\}$, 集合 $B=\{x|x\geqslant 3\}$, 则 $A\cap B=$ (　　)

A. $\{x|3\leqslant x<5\}$　B. $\{x|x>2\}$　C. $\{x|x\leqslant 2\}$　D. $\{x|2<x\leqslant 3\}$

2. 从集合 $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ 中随机地取四个互不相同的数，则其中任意两个数之和均不等于 10 的概率为 (　　)

A. $\frac{1}{4}$　B. $\frac{5}{21}$　C. $\frac{8}{21}$　D. $\frac{2}{3}$

3. 函数 $f(x)=\sqrt{2x^2+2}+x$ 的最小值为 (　　)

A. $2\sqrt{2}$　B. $2\sqrt{3}-1$　C. $\sqrt{6}$　D. $5+16$

4. 定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=\frac{1}{2}+\sqrt{f(x)-[f(x)]^2}$，则 $f(0)+f(2017)$ 的最大可能值为 (　　)

A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　C. $\frac{3\sqrt{3}-1008}{2017}$　D. $1+\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. 设 a、b、c 为正数，$a<b$，若 a,b 为一元二次方程 $ax^2-bx+c=0$ 的两个根，且 a,b,c 是一个三角形的三边长，则 $a+b-c$ 的取值范围是 (　　)

A. $(\frac{21}{16},2)$　B. $(\frac{21}{16},+\infty)$　C. $(\frac{7}{8},\frac{\sqrt{5}-1}{2})$　D. $(\frac{5}{8},\frac{\sqrt{2}+1}{2})$

6. 若函数 $f(x)=(2x^5+2x^4-53x^3-57x+54)^{2018}$ $(x\in\mathbb{R})$，则 $f\left(\frac{\sqrt{11}-1}{2}\right)=$ (　　)

A. 0　B. 1　C. 2　D. -1

7. 已知 A、B、C 为 $\{1,2,3,4,5,6,7\}$ 的子集，且满足两两交集中元素个数为 1，$A\cap B\cap C=\emptyset$，则这样的三元组（A,B,C)（无序）的个数为 (　　)

A. 14400　B. 42300　C. 53760　D. 64230

8. 集合 $M=\{a\in\mathbb{Z}|a=\frac{x+y+z}{t},3^x+3^y+3^z=3^t,x,y,z,t\in\mathbb{Z}\}$ 中所有元素之和为 (　　)

A. 6　B. 9　C. 12　D. 15

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求的．全部选对的得 6 分，部分选择的得部分分，有选错的得 0 分．

9. 以下数中，在函数 $f(x)=\frac{x(x^2+8)(8-x)}{x+1}$ 的值域内的是 (　　)

A. 0　B. 3　C. 6　D. 9

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=1$□$a_2=9$□$a_{n+2}=10a_{n+1}-a_n$, 其中 n 为正整数．则下列给出的 n 中，满足 a_n 不是 3 的方幂的是（即不存在非负整数 k 使得 $a_n=3^k$ ） (　　)

A. 1　B. 18　C. 57　D. 126

11. 如果正整数 n 使得任意不同于 n 的正整数 m，均有 $\{\sqrt{2}n\}\neq\{\sqrt{2}m\}$，则称 n 为“好数”，这里 $\{x\}$ 表示 x 的小数部分．则下列形式的 n 中，一定是好数的是(　　)（其中，k,t 为任意正整数，p 为奇素数）

A. $n=(2^{2k}+1)^2$　B. $n=2^k\cdot 3^t$　C. $n=\frac{2^{2k}-1}{3}$　D. $n=\frac{3^p+2^p}{5}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．

12. 若函数 $f(x)=2018-ax^2$（$a>0$）的图像与 x 轴围成的封闭图形内部和边界共有 2018^2 个整点（横纵坐标都是整数的点），则 a 的取值范围为 ▲ ．

13. 已知非负整数 a,b,c,d 满足 $a^2+b^2+c^2+d^2=20$, 则 $(a+b+c+d)^2\cdot\left(\frac{1}{a^2+3}+\frac{1}{b^2+3}+\frac{1}{c^2+3}+\frac{1}{d^2+3}\right)$ 的最大值为 ▲ ．

14. 从前 2008 个正整数构成的集合 $M=\{1,2$□...□$2008\}$ 中取出一个 k 元子集 A，使得 A 中任意两个元素之和都不能被它们的差（取正值）整除，则 k 的最大值为 ▲ ．

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或者演算步骤．

15.（13 分）已知 $a>0,12a+5b+2c>0$，证明：关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 在（2,3）上不可能有两个不同的实数根．

16.（15 分）设二次函数 $f(x)=x^2+bx+c$，已知对任意实数 b，均存在实数 $x\in[1,2]$, 使得不等式 $|f(x)|\geqslant x$ 成立，求实数 c 的取值范围．

17.（15 分）解方程：$\dfrac{3x}{3+\sqrt{8x-3}}+\dfrac{3x}{3-\sqrt{8x-3}}=1$

18.（17 分）

（1） 已知 $x,y>0$，求证：当 $x\geqslant y$ 时 $\dfrac{x}{y}\geqslant\dfrac{x+1}{y+1}$；当 $x\leqslant y$ 时，$\dfrac{x}{y}\leqslant\dfrac{x+1}{y+1}$.

（2） 已知 $a_1,a_2,...,a_n>0$，令 $a_{n+1}=a_1$，证明：

$$\frac{a_2}{a_1}+\frac{a_3}{a_2}+...+\frac{a_n}{a_{n-1}}+\frac{a_{n+1}}{a_n}\geqslant\frac{\sqrt{a_2^2+1}}{\sqrt{a_1^2+1}}+\frac{\sqrt{a_3^2+1}}{\sqrt{a_2^2+1}}+...+\frac{\sqrt{a_n^2+1}}{\sqrt{a_{n-1}^2+1}}+\frac{\sqrt{a_{n+1}^2+1}}{\sqrt{a_n^2+1}}$$

19.（17 分）设 A、B 为正整数，S 是由一些正整数构成的一个集合，具有以下性质：1. 对任意非负整数 k，有 $A^k\in S$；

2. 若正整数 $n\in S$，则 n 的每个正因数均属于 S；

3. 若 $m,n\in S$，且 m,n 互素（m,n 的最大公因数为 1），则 $mn\in S$；

4. 若 $n\in S$，则 $An+B\in S$.

（已知裴蜀定理：对任意互素的正整数 a,b，一定存在整数 x,y 使得 ax+by=1）

（1） A=1 时，证明：任意与 B 互素的正整数 m 均属于 S；

（2） A>1 时，证明：若 $n\in S$，则 $A^kn+B\dfrac{A^k-1}{A-1}\in S$ ，其中 k 为任意正整数；

（3） A>1 时，证明：与 B 互素的所有正整数均属于 S.